UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO

COORDINACION GENERAL DEL BACHILLERATO

PROGRAMA DE CALCULO DIFERENCIAL

QUINTO SEMESTRE

UBICACIÓN DE LA ASIGNATURA
INGENIERIA Y ARQUITECTURA

HORAS SEMANALES	4
HORAS TOTALES	64
CLAVE	**5C**

Morelia, Mich., Noviembre de 2001

1.- P R E S E N T A C I O N.

Con este curso se inicia el estudio del Cálculo, rama de las matemáticas que se distingue por su gran aplicabilidad para resolver diversos tipos de problemas en casi todas las áreas del conocimiento. Sus principios se basan en una serie de definiciones y conceptos fundamentales que son tratados muy ligeramente o simplemente no se tratan por algunos textos que tradicionalmente se utilizan en bachillerato, y en cambio otros textos los tratan con una profundidad no apropiada para este nivel de estudios. Dada la importancia que tienen estas definiciones y conceptos, es importante el que se introduzcan a un nivel intuitivo (introductorio), para poder referirse a ellos cuando se estudien otros conceptos y/o procedimientos posteriores.

Por esta razón, en la Unidad I se incluyen contenidos como: desigualdades, dominio de una función, funciones uno a uno, composición de funciones, función inversa, límites; con el afán de que el curso brinde la posibilidad de que los estudiantes conozcan y/o entiendan la justificación de los procedimientos y técnicas del Cálculo.

En la Unidad II se estudia la definición de derivada, regla de la cadena, destacándose posteriormente el carácter operativo de la derivada, en donde el dominio del álgebra es fundamental.

En la Unidad III se estudian algunas aplicaciones del Cálculo Diferencial, lo cual presupone un dominio aceptable tanto de los contenidos de las unidades I y II, como de los cursos anteriores de matemáticas, por lo que se sugiere que, por ejemplo, al trabajar con una recta ó cónica éstas sean graficadas como funciones y a la vez, se recuerden los procedimientos de la Geometría Analítica; que al trabajar con una función trigonométrica se recuerden y/o apliquen los conocimientos adquiridos en el curso de Trigonometría; etc.

El programa contiene cinco columnas. La primera se denomina CONTENIDO, es lo que usualmente se conoce como programa sintético, que está conformada por los temas y subtemas que el profesor tendrá que desarrollar y explicar a los alumnos. La segunda columna cuyo encabezado es NIVEL, indica el nivel al que se propone sea impartido determinado contenido, cuyas características conducen a tipificarlo de acuerdo a lo que se pretende destacar del mismo, ya sea lo operativo, lo conceptual o la aplicación para lo cual se han utilizado las siguientes rúbricas:

A_1. Indica que el contenido se enseñará a un nivel intuitivo, destacándose el aspecto conceptual. El esfuerzo pedagógico se encaminará para lograr en el estudiante la habilidad para reconocer formas gráficas y analíticas de las ideas esenciales del contenido.

A_2. Nivel introductorio, destacándose el aspecto operacional. El esfuerzo se centrará en incorporar nuevas formas operativas para el estudiante, a través de ejercicios sencillos.

B_1. Precisión conceptual, se pretenderá lograr que el estudiante asimile, en forma precisa, el o los conceptos que involucren el contenido.

B_2. Eficacia operacional, el esfuerzo pedagógico se encaminará a lograr que el estudiante adquiera habilidades para resolver eficazmente los problemas que involucre el contenido; son las destrezas que se convierten en "los saber hacer" sin repetición automática.

C. Indica que el contenido se enseñará buscando lograr en el estudiante un dominio eficaz de los métodos para resolver problemas, resaltando la potencia que tiene la derivada para lograrlo.

En la tercer columna aparecen las actividades a desarrollar en clase y nos indica, a través de problemas, el nivel de enseñanza al que se deben manejar los contenidos, sin que esto quiera decir que los problemas enlistados son los únicos que deben tratarse en clase.

En la cuarta columna aparecen problemas que nos ubican en un nivel intermedio de enseñanza que, se espera, nos ayuden a uniformizar nuestros exámenes.

En la quinta columna aparecen los tiempos en el que nos parece pueden ser señalados los contenidos, los cuales podrán ajustarse por el docente según las condiciones de su trabajo en el aula y las del grupo en particular, sin perder de vista, que el objetivo es cubrir el 100% del programa.

2.- JUSTIFICACION

Debido a que algunos contenidos vistos en los cuatro semestres anteriores, los estudiantes del V semestre siguen haciendo uso de ellos como sustento para los nuevos temas en Cálculo Diferencial.

En la materia de Matemáticas en términos generales lo más importante, es que los egresados de nuestro bachillerato sepan pensar, razonar por sí mismos, expresarse y hacer cálculos, y posean los principios de una cultura científica y humanística.

Además, deben saber para qué sirve todo lo que se les ha enseñado y sepan relacionarlo con las diversas situaciones que se les presentan en la vida, se pretende lograr un aprendizaje que sea significativo para ellos.

Las matemáticas, como ciencia, como expresión cuantitativa y formal del conocimiento, son un elemento indispensable de la cultura como interpretación del universo, de lo real, como actitud y desarrollo orientado de la capacidad de razonamiento del hombre.

3.- OBJETIVOS GENERALES DEL CURSO

Al término del curso, se espera que el estudiante:

- Adquiera las nociones y conceptos fundamentales sobre funciones y sus derivadas.
- Aplique la interpretación geométrica de la derivada al análisis del comportamiento gráfico de una función.
- Aplique el concepto de derivada en la solución de problemas, algunos de los cuales se presentan en contextos que ya se han trabajado en cursos anteriores.
- Adquiera habilidad en el manejo operatorio de la derivada.
- Madure e integre conocimientos adquiridos en cursos anteriores.

4.- CONSIDERACIONES SOBRE EL APRENDIZAJE.

El aprendizaje escolar es un proceso dinámico a través del cual el estudiante se apropia de conocimientos, adquiere habilidades y modifica su conducta, sin que ello sea necesariamente observable en un momento determinado.

Este proceso es establecer una interacción entre el sujeto que aprende (el estudiante) y el objeto de estudio (la disciplina) guiada por el profesor, en el que interviene la observación, la experimentación (ensayo y error) la abstracción y el razonamiento lógico (formal e informal). Mediante este proceso, el sujeto, progresivamente va construyendo o perfeccionando estructuras conceptuales que le permiten interactuar más eficazmente con el objeto de conocimiento (explicar un fenómeno, hacer deducciones válidas, resolver problemas).

En esta concepción del aprendizaje es importante descartar el papel activo del estudiante en la construcción de las estructuras conceptuales. Esta situación se manifiesta cuando el estudiante se plantea dudas, expone sus ideas, experimenta, intenta resolver problemas, reflexiona sobre los errores, contrasta procedimientos y resultados.

Cabe señalar que el estudiante no se enfrenta al objeto de conocimiento con la mente "en blanco" sino que se posee una serie de conceptos y prejuicios que ha elaborado en su experiencia extraescolar y escolar que pueden obstaculizar o facilitar el aprendizaje.

Para el caso de las matemáticas, distinguimos tres niveles (o tipos) de conocimientos requeridos para su aprendizaje:

a) **Información básica**. Se refiere al manejo de los términos, símbolos, convenciones y definiciones de uso frecuente (manejo del lenguaje de modo que permita entender el discurso pedagógico).

b) **Habilidad operatoria**. Se refiere al manejo adecuado de los algoritmos y técnicas operatorias.

c) **Estructura conceptual**. Se refiere al manejo adecuado de los conceptos y métodos matemáticos.

El primero de estos niveles requiere fundamentalmente de la memorización, mientras que el segundo nivel, si bien puede lograrse mediante la memorización, para una mayor fijación se requiere de una reflexión sobre los procedimientos y las propiedades operatorias de los objetos de estudio (números, expresiones algebraicas, funciones). Finalmente el tercer nivel no es posible alcanzarse sólo con la memorización, ya que implica sobre todo el uso de procesos lógicos (no necesariamente formales) tales como el análisis, la síntesis, la inducción, la analogía, la generalización, etc., que permiten al sujeto modificar o construir esquemas conceptuales que lo faculten para interactuar más eficazmente con el objeto de conocimiento.

Por otro lado es importante señalar que el distinguir estos tres niveles de conocimiento matemático no significa que se deban separar en el proceso de aprendizaje, todo lo contrario, debe procurarse siempre integrar estos tres niveles, pues así lo requiere la complejidad del conocimiento científico (con frecuencia una definición o un procedimiento operatorio adquieren sentido para el estudiante sólo cuando aparecen ligados a un concepto en el estudio de una teoría o en la solución de problemas).

Finalmente habrá que considerar que durante mucho tiempo el tipo de aprendizaje que se ha privilegiado en la escuela, en el caso de las matemáticas, ha sido el memorístico relacionado con los primeros dos niveles, por lo que es de esperarse en un principio, resistencia, cierta confusión y en ocasiones aparentes retrocesos por parte de los alumnos, se introducen cambios para promover aprendizajes que integren los tres niveles de conocimiento señalados.

5.- ASPECTOS EPISTEMOLOGICOS

En este apartado se exponen algunas consideraciones sobre la naturaleza del Cálculo Diferencial con relación al aprendizaje de esta materia. Intentamos explicitar algunos de los aspectos conceptuales y operativos que son claves en un primer curso de esta materia.

Conceptos Estructurales.

En principio consideramos que son tres los conceptos que estructuran el cálculo diferencial: Función, límite y derivada. Con esto queremos decir que estos son los conceptos centrales de los cuales se derivan otros conceptos así como los nuevos procedimientos operatorios.

Concepto de Función:

Aunque en algunos cursos anteriores de matemáticas se incluye el tema de funciones, no siempre se enseña adecuadamente, por lo cual será un concepto nuevo para muchos estudiantes. De él se derivan otros conceptos como son: variable, dominio, contradominio, gráfica de una función, clases de funciones.

Si bien el concepto de función tiene antecedentes en álgebra y geometría analítica (expresión algebraica y ecuaciones de primer y segundo grado en dos variables), aparece en este curso como un nuevo objeto matemático con propiedades y características específicas y sobre el cual se construirán nuevas operaciones.

Consideramos que este concepto debe ser abordado inicialmente a través de ejemplos concretos en contextos familiares al estudiante (geometría, física, economía), por un lado para que éste pueda darle un significado en el marco de conocimientos ya adquiridos y, por otro lado, porque el estudio del cálculo debe estar ligado desde el principio a sus aplicaciones.

Concepto de Límite.

Es un concepto que no tiene antecedentes, excepto cuando se ha estudiado series infinitas (progresión geométrica) ya que es clave en la definición de la derivada y la integral (como suma).

En primer curso de cálculo debe insistirse sobre todo en su significado más intuitivo, como un proceso de aproximación infinito, el cual puede trabajarse fácilmente con la ayuda de las calculadoras y las gráficas de las funciones.

Concepto de Derivada.

La derivada es otro concepto nuevo para el estudiante, que es relevante porque “formaliza” y hace posible trabajar analíticamente procesos de cambio (cambio instantáneo), siendo este enfoque el de mayor importancia y utilidad para el cálculo. Por otro lado, la interpretación geométrica de la derivada es también importante para estudiar y analizar algunas de sus propiedades, además de que tiene una aplicación inmediata al análisis de las funciones y de sus gráficas (crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos, concavidad).

Operatividad.

En el curso del Cálculo Diferencial también se introducen nuevos procedimientos operatorios como son:

a) La solución de desigualdades, para el dominio de una función. Si bien la solución de ecuaciones lineales y cuadráticas son un antecedente, puede ser motivo de confusión al querer aplicar las propiedades de la igualdad en las desigualdades.

b) Cálculo de límites. En un primer curso de Cálculo se basa (los casos no inmediatos) en la aplicación de procedimientos algebraicos para resolver indeterminaciones, mediante el uso de factorización y racionalización, así como la simplificación de fracciones algebraicas. Aquí habrá que tomar en cuenta la falta de maduración por parte de los estudiantes sobre estos contenidos. Además tiene que aprender el uso "algebraico" del infinito y su interpretación.

c) Composición de funciones. Esta es una nueva operación entre funciones que es de utilidad en el cálculo de derivadas. Su dificultad, radica sobre todo en la madurez que se tenga para entender la jerarquía de las operaciones expresadas en una función. Aunque las fórmulas de derivación contemplan estos casos, su uso puede tener mayor dificultad si no se tiene cierto dominio de lo anterior y se tratan de aplicar mecánicamente.

d) Cálculo de derivadas. Cuando éste se hace por medio de la definición, además de manejar el cálculo de límites (al menos para ciertos casos) requiere el aprendizaje del procedimiento antes de llegar al cálculo del límite en sí, lo cual implica una serie de desarrollos algebraicos.

Cuando la derivada se calcula por medio de fórmulas habrá que distinguir primeramente las fórmulas operativas (derivada de una suma, de una multiplicación o de una división), las fórmulas inmediatas (de funciones no compuestas) y las fórmulas para las funciones compuestas (regla de la cadena). Además de que, con frecuencia, después de la aplicación de las fórmulas debe seguir un proceso algebraico de simplificación. Durante este proceso es común que salgan a relucir las deficiencias (falta de madurez) de las operaciones algebraicas e inclusive numéricas.

Después de este breve e incompleto análisis de los contenidos del curso de Cálculo Diferencial, podemos percatarnos de la gran cantidad de conceptos y procedimientos operatorios nuevos (y en cierta medida complejos) a los que se tiene que enfrentar el estudiante. A esto habría de agregar la dificultad que se tiene para transferir estos conocimientos a las aplicaciones, para las que se requiere un manejo adecuado del contexto (geometría, física, economía) así como habilidad de traducción de lenguaje común a algebraico.

Otro aspecto a considerar es la madurez algebraica que se requiere en los procesos operatorios, madurez que muy pocos estudiantes han alcanzado al llegar a este curso. En este sentido, el curso de Cálculo podría servir para mejorar el desempeño algebraico de los estudiantes.

Finalmente habrá que considerar que los estudiantes que continúen estudios superiores en el área de Ingeniería y Físico Matemáticas volverán a estudiar los contenidos de este curso, reforzando lo que en el bachillerato se aprendió.

6. PROGRAMA DEL CURSO.

PRESENTACION.

Este programa consta de tres unidades; que son:

UNIDAD I. FUNCIONES Y LIMITES.

UNIDAD II. LA DERIVADA.

UNIDAD III. APLICACIONES DE LA DERIVADA.

7.- EVALUACION.

La evaluación en su sentido más amplio, debe contemplar a los diferentes factores que intervienen el proceso educativo: programa de estudio, práctica docente, aprovechamiento del curso, condiciones del proceso enseñanza aprendizaje. Aquí solo abordamos lo relacionado a la evaluación del aprovechamiento del curso por parte de los estudiantes, lo cual debe reflejarse (por necesidades normativas) en una calificación.

El determinar el grado de aprovechamiento por parte de un estudiante con relación a los objetivos de un curso, es algo complejo ya que depende de la concepción que se tenga acerca del aprendizaje, la claridad que se tenga de los objetivos del curso, de la calidad y cantidad de la información que sea posible recabar durante éste y finalmente la manera de interpretar esta información.

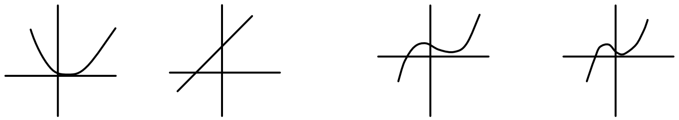
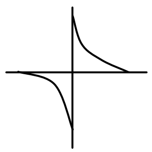
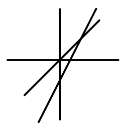
En la práctica el acopio de información sobre el aprovechamiento de un curso por parte del estudiante se realiza mediante la aplicación de exámenes, la realización de tareas y observación en clase, etc.

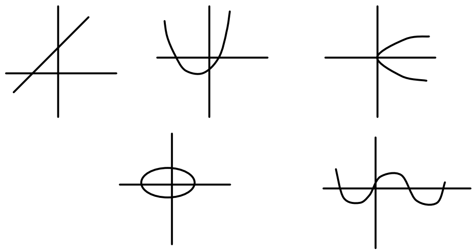
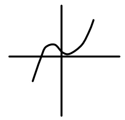
En general este tipo de información tiene cierto grado de subjetividad (apreciación personal por parte del docente), la cual es imposible de eliminar totalmente. Por ello, el interés debe dirigirse a reducir esta subjetividad. Enseguida se plantean algunas consideraciones y sugerencias al respecto:

a) Entre mayor y diversa sea la cantidad de información que se pueda recopilar durante el curso, se estará en mejores condiciones para emitir un juicio valorativo (calificación).
b) El diseño, aplicación y calificación de los exámenes debe realizarse de acuerdo a los objetivos del curso y con técnicas que reduzcan las apreciaciones personales.
c) De acuerdo a las condiciones del grupo y las posibilidades del docente, se debe incorporar además de los exámenes, la información sobre el trabajo en clase y extraclase.
d) Explicar a los alumnos desde el inicio del curso, la manera en que se va a evaluar, así como los pesos que se darán a los diferentes aspectos (exámenes, participación en clase, tareas), y la periodicidad de las evaluaciones.
e) Intercambiar experiencias con los demás profesores de la materia sobre la evaluación y en la medida de las posibilidades elaborar conjuntamente métodos y técnicas e instrumentos para la evaluación del curso.
f) Promover y/o participar en cursos talleres, seminarios sobre evaluación.

PROGRAMA PARA EL CURSO DE CALCULO DIFERENCIAL

CONTENIDO	NIVEL	ACTIVIDADES A DESARROLLAR POR EL DOCENTE	PROBLEMAS TIPO	TIEMPO
FUNCIONES Y LIMITES				
Números Reales.		Recordar los diferentes tipos de números que conforman el conjunto de los reales, y que éstos cumplen con las propiedades de campo ordenado		1 hora
Desigualdades lineales.	B1, B2	Resolver las desigualdades siguientes y representar en la recta numérica sus soluciones: a) $x - 2 > 0$. b) $3x + 2 < 0$. c) $-7x + 8 \geq 0$	a) $-5x + 7 \geq 0$	
Desigualdades cuadráticas factorizables.	B1, B2	Resolver las desigualdades siguientes y representar en la recta numérica sus soluciones: a) $x^2-2x>0$, b) $x^2-9\geq 0$, c) $x^2-3x + 2>0$	a) $x^2-4<0$	5 horas
Intervalos. Definición y tipos de intervalos. Representación gráfica y simbólica.	A1, B2	Dar la definición de valor absoluto y obtener: $\|5\|,\|-2\|,\|-a\|,\|-17\|,\|b^2\|$. Explicar el significado de las desigualdades: a) $\|x-2\|<1$, b) $\|x+4\|\leq 10$, c) $\|x-a\|<\delta$ Exhibir los diferentes tipos de intervalos, abiertos, cerrados, semiabiertos y representarlos en la recta numérica: (2,4),(-5,6], $(-\infty, -3]$, $(2, \infty)$, (-2,2).	La solución obtenida en los dos problemas anteriores, representarlos como intervalos.	1 hora
Cantidades constantes y variables.	B1	Recordar la definición de cantidades constantes y variables, dando ejemplos de ellas.		

Operaciones con funciones (suma, resta, multiplicación, división).	B2	a) Si $f(x)=3x^2-2$ y $g(x) = 2x + 3$, hallar $(f + g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(\frac{f}{g})(x)$. ¿Para qué x, $(\frac{f}{g})(x)$ está bien definida?		
Composición de funciones.	A1, A2	Explicar con ejemplos la composición de funciones: Si $f(x) = x^2$ y $g(x) = 3x + 1$, entonces $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x+1) = (3x+1)^2$. Si $f(x) = x^3$ y $g(x) = \sqrt{x}$, entonces $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^3) = \sqrt{x^3}$ Si f(x)= sen x y $g(x) = 3x + 1$, hallar $(f \circ g)(x)$ y $(g \circ f)(x)$: $(f \circ g)(x)=f(g(x)) = f(3x + 1) = \text{sen}(3x + 1)$ $(g \circ f)(x)=g(f(x)) = g(\text{sen } x) = 3\text{sen } x + 1$.		2 horas
Funciones uno a uno	A1	Dar la definición: "f(x) es uno a uno, si para $x1 \neq x2$, entonces $F(x1) \neq f(x2)$"; Ilustrar gráficamente lo que significa que una función sea uno a uno. Ejemplo: 		
Funciones inversas	A1	Dar la definición e indicar que la inversa de una función es aquella cuya gráfica es simétrica respecto a la recta y = x. "f(x) tiene inversa $g(x)= f(x)^{-1}$ si: f(x) es uno a uno y se cumple que $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(X)=x$". 	a) ¿Cuál es la inversa de $f(x)=x^2$? b) Dibujar la inversa de la recta mostrada: 	2 horas

		Si se requiere obtener la inversa de una función que no es uno a uno, se debe restringir el dominio, por ejemplo: $f(x) = 3x^2 + 1$, restrinjamos su dominio a [o, inf), donde es uno a uno; despejando x : x = $\sqrt{\frac{y-T}{3}}$, entonces g (x) = $\sqrt{\frac{x-T}{3}}$, es la inversa.		
Definición, notación de función.	A1	a) ¿Todas las rectas que pueden trazarse en el plano corresponden a una función? Responder: ¿Cuáles de las gráficas siguientes corresponden a una función? 	Responder: a) ¿Todas las rectas que pueden trazarse en el plano corresponden a una función? b) La siguiente gráfica corresponde a una función? ¿Por qué? 	1 hora
Variable dependiente e independiente	B1	Definir y ejemplificar lo que es una variable dependiente e independiente.		
Dominio y contradominio.	B1	Definir lo que es el dominio y contradominio de una función. Obtener el dominio de: a) $y = \frac{1}{x}$ b) $f(x) = 3x + 1$ c) $y = x^2 - 1$ d) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ e) $f(x) = \sqrt{x - 1}$ f) $y = \sqrt{x^2 - 4}$ g) $f(x) = \sqrt{1 - x^{\bullet}}$	Determinar el dominio de las siguientes funciones: a) $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ $f(x) = \sqrt{6 - 2x^2}$	2 horas

Funciones continuas (idea intuitiva).	A1			
Evaluación de funciones.	B2	Evaluar las funciones siguientes: a) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, obtener; $f(2)$,$f(-3)$, $f(0)$,$f(-\frac{1}{2})$, $f(c)$, b) $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$; obtener: $f(0)$, $f(\frac{3}{2})$, $f(a^2)$. c) $F(x) = x^2$; obtener $f(x+h)$, calcular $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ d) $F(x) = \cos^2 x$; obtener $f(0)$, $f(a+h)$, $f(\frac{\pi}{2})$	Si $f(x)= \frac{x}{x^2-2}$, hallar $f(1)$, $f(a+1)$, $f(c+1)$	2 horas
Clasificación de funciones.				
Funciones algebraicas:	A1	Exponer brevemente la forma (analítica y gráfica) que tienen las funciones lineales, cuadráticas, polinominales. Para las funciones racionales, dar la forma analítica, en los dos primeros tipos de funciones, recordar los conocimientos adquiridos en Matemáticas III.		
Funciones trascendentes: Trigonométricas, trigonométricas inversas, exponenciales y logarítmicas	A1	Exponer brevemente la forma (analítica y gráfica) que tienen las funciones trigonométricas, así como sus inversas. Dar la definición de función exponencial y graficar $y=2^x$, tabulando, haciendo notar que para cualquier valor de x la función es mayor que cero y que en x =0, y =1. Además, la forma gráfica adquirida por esa función no cambia se hace $y=a^x$, con a>0. Definir la función como la inversa de la exponencial y dar la gráfica. Mencionar la importancia de la función logarítmica de base 10 y de base c.		2 horas
Funciones implícitas.	A1	Dar la definición y hacer notar que las cónicas son ejemplos de funciones implícitas. a) $x^2 + y^2 - 9 = 0$, b) $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$ c) $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$, d) $ax + by + c = 0$		

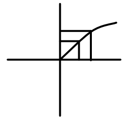
Sucesiones numéricas	A1	Dar ejemplos de sucesiones numéricas sencillas: 1, 2, 3, ..., n; $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, ..., \frac{1}{n}$; 1,4,9, ... n^2; $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, ..., \frac{1}{n^2}$		
Definición de límite	A1	Dar la definición e intuitivamente explicar el significado del concepto de límite, haciendo dibujos, tabulaciones, dando ejemplos.		2 horas
Propiedades de los límites	A1	Dar como resultados los teoremas que hacen referencia a la operatividad como límites. "Límite de sumas, restas multiplicaciones divisiones de funciones y de una constante por una función".		
Resultados de límites notables	A2	Dar como resultado: $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{x} = \infty$; $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{1}{x} = 0$; $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\text{sen}\, x}{x} = 1$; $\lim\limits_{x\to 0} (1+\frac{1}{x})^x = c$		

Cálculo de límites

Límites inmediatos	B2	Calcular: $\lim\limits_{x\to 2} (3x-5x^2+1)$; $\lim\limits_{x\to 1/2} \frac{3x-2}{x+1}$; $\lim\limits_{t\to 0} \frac{4t^2+3t+2}{t^3+2t-6}$; $\text{Lim.}_{x\to -2} (3t - \frac{2}{3}$; $\lim\limits_{x\to 0} \frac{(2z+3x)^3 - x^2 z}{2z(2z-x)^2}$	Hallar $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x+3}{2x^2+8x-1}$	
Evitando Indeterminación $\frac{0}{0}$	B2	Calcular: $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x+3}{x^2-9}$; $\lim\limits_{x\to 5} \frac{x^2-25}{x^2+2x-35}$ $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2+3x-10}{x^2-8x+12}$; $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$; $\lim\limits_{x\to 3} \frac{\sqrt{4x-3}-3}{x-3}$	Hallar: a) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2+3x+2}{x-2}$; b) $\lim\limits_{x\to a} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}$ Hallar $\text{lím.}_{x\to\infty} \frac{1-3x^2+2x}{x^3+8}$	8 horas

Evitando Indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$	B2	Calcular: $\lim_{x\to\infty} \frac{4x-5}{2x+3}$; $\lim_{x\to\infty} \frac{3-5x^2}{8+2x^2}$; $\lim_{x\to\infty} \frac{3-4x^2+6x}{4x^3-8}$; $\lim_{x\to\infty} \frac{3x^3-4x}{1-3x^2+6x^4}$		
Continuidad y discontinuidad de funciones	A1	Dar ejemplos gráficos de funciones continuas y discontinuas		
LA DERIVADA				
Cociente de Newton	B1, B2	Obtener el cociente de Newton para diferentes funciones		1hora
Definición de derivada	B1	Dar la definición de derivada		
Cálculo de derivadas por la definición	B2	Obtener la derivada usando la definición: a) f(x)=x, b) y= x^2, c) f(x) = 2 x^2 - 2x-3, d) y=3 x^3, e) y= $\sqrt{x}$, f) f(x)=2x-13.	Usando la definición, obtener la derivada de f(x)=1-x+e x^2.	2 horas
Derivación				
Fórmulas de derivación (reglas).		Dar las formulas de derivación tanto de funciones algebraicas como de funciones trascendentales. Algunas de las primeras fórmulas se pueden obtener fácilmente calculando el límite del cociente de Newton. Se sugiere que se demuestren: $\frac{d(c)}{dx}$, $\frac{dx}{dx}$, $\frac{d(x^n)}{dx}$		
La regla de la cadena	A1	Dar como resultado la regla de la cadena: "Si se tiene una función compuesta (f o g) (x) = f(g)(x)), su derivada es: (f o g)' (x) = [f(g(x))' = f'((X)) g ' (x)." Indica que el orden en que debe derivarse es muy importante.		1 hora
Obtención de derivadas por fórmulas.	B2	Utilizando las fórmulas, derivar las funciones: a) y= 3 x^4 -2 x^3 +6 x^2, b) $f(x) = -2x^2 + \frac{3}{5}x^{7/2} - 3$	Usando las fórmulas derivar a) $Y = 2\sqrt{X} + \frac{3}{5}X^{4/2} - X^2$,	11 horas

		c) $y=\frac{2}{x}-\frac{x}{4}$. d) $f(x)=x^{2/3}-x^{2/3}-a^{2/3}$, e) $r=\sqrt{1-20}$, f) $f(x)=\frac{3-2x}{x-2}$, g) $y=3x^{2}\sqrt{5x^{3}-2}$, h) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$ i) $y=\left(a-\frac{b}{x}\right)^{2}$, j) $f(x)=4-9x^{1/2}$ k) $y=\left(\frac{1+3t}{1-3t}\right)^{1/3}$ l) $y=In(3x+2)$, m) $y=In(x^{3}+3)$, n) $f(x)=e^{x^{2}}$, o) $y=c^{\sqrt{x}}$, p) $f(t)=In\left(t+\sqrt{t^{2}}\right)$ q) 10^{3x+1} r) $f(x)=\frac{Inx}{x}$ s) $y=x^{2}c^{-2x}$ t) $y=In\left(x^{2}e^{x}\right)$ u) y=sen5x v) f(t)=tg3t,w)y=$\frac{1}{2}$sen2x x) y = xcos y) $f(0)=c^{-0}\cos 20$ z) $y=\text{sen}\,2x\cos 3x$	b) $Y=X^{2}(2-3X)^{1/3}$, c) $F(X)=3X^{2}\cos 5x$, d) $y=\frac{\arccos x}{x}$	
Derivación de funciones implícitas	B2	Obtener implícitamente $\frac{dy}{dx}$ a) $y^{2}=8x$ b) $x^{2}+y^{2}=r^{2}$ c) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$	Obtener: $\frac{dy}{dx}$ de $3x^{2}-xy+5y^{2}=5$	2 horas
Derivadas sucesivas y notación.	B2	Resolver: a) $y=2x^{3}+x^{2}+6x$, obtener $\frac{d^{2}y}{dx^{2}}$ b) $f(x)=\sqrt{4+2x}$, obtener f''(x), c) $y=\frac{x^{2}}{a+x}$, obtener y''	Obtener $\frac{d^{2}y}{dx^{2}}$, si y= sen2xcosx.	2 horas

APLICACIONES DE LA DERIVADA Interpretación geométrica	B1	Explicar, auxiliándose de dibujos, el significado geométrico de la derivada. Utilizar esto para obtener la pendiente de la recta tangente a:  a) $y=2x-3$; b) $2x+3y-5=0$; c) $y=x^2$ en $x=0$, $x=1$;		2 horas
Ecuación de la recta tangente y normal a una curva.	C	Obtener la ecuación de la recta tangente y la recta normal de: a) $y=x^2+-1$, en $x=0, x=1$ b) $x^2+y^2=4$, en $x=0$, $x=\sqrt{x}$ c) $x^2-4x-4y--4=0$, en $(2,-2)$ En estos ejercicios, graficar los procedimientos de la geometría analítica.	Hallar la ecuación de la recta tangente y normal a la curva: $Y^2-4x-4y-8=0$en $(-2,4)$	3 horas
Graficación de funciones. Crecimiento y decrecimiento	B1	Determinar los intervalos donde f(x) es creciente y decreciente. a) $y=-3x+2$; b) $f(x) = x^2 +2x$; c) $y=x^3-x$		
Valores críticos.	B1, B2			
Determinación de puntos máximos y mínimos relativos. (Criterio de la primera derivada y de la segunda derivada)	C	Obtener los puntos críticos y determinar si corresponden a un máximo, a un mínimo, relativos, ó a ninguno de los dos. a) $y=x^2-2$; b) $f(x)=9x-x^3$; c) $y=4x^2+4x+1$ d) $f(x)=x^3-2x^2+x$; e) $y=x^3-16x$; f) $f(x)=x^3-x^2-2x$ g) $y=1-x^2$		4 horas
Determinación de puntos de inflexión	B1, B2	Obtener los puntos de inflexión de los ejercicios c), f), g) del apartado anterior.		
Tipos de concavidad	C			

Trazo de gráficas de funciones.	C	Trazar la gráfica de diferentes funciones siguiendo los pasos: Cálculo de a) raíces, b) valores críticos, c) puntos máximos y mínimos, d) puntos de inflexión, e) intervalos de decrecimiento y crecimiento (vistos a partir de la gráfica), f) intervalos de concavidad. Traza las gráficas de: a) $f(x)=x^3-6x^2+9x$; b) $f(x)=4-x^2$; c) $f(x)=2x^2-x^4$; d) $f(x)= x^3+4x^2+4x$; e) $f(x) =16x-x^3$; f) $f(x) = c^x$	Trazar la gráfica de: a) $f(x) = 4x-x^3$ b) $f(x) = x3-6x^2 +9x$	4 horas
Problemas de optimización				
Concepto de optimización.	B1			
Solución de problemas	C	Resolver los siguientes problemas: a) Hallar las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede construirse con un segmento de 10 cm. De longitud. b) Hallar las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede inscribirse en un círculo de radio 5 cm. c) De una pieza cuadrada de hojalata, de lado a, se desea construir una caja, abierto por arriba, del mayor volumen posible, cortando en las esquinas cuadrados iguales y doblando hacia arriba la hojalata para formar las caras laterales. ¿Cuál debe ser la longitud del lado de los cuadrados? d) Hallar dos números positivos cuya suma sea 20 y que el producto de uno de ellos por el cubo del otro sea máximo. e) Hallar la mínima distancia del punto p(4,2) a la parábola $y^2=8x$.		4 horas o más, según avance.
Problemas de razón de cambio	C	Dar una plática (a manera de conferencia), sobre el significado de la derivada como rapidez de variación.		

BIBLIOGRAFIA

1.- Cantoral U., Ricardo. Cálculo Diferencial de P.N.F.A.P.M. CINVESTAV. IPN. 1985.

2.- Granville William Antony. Cálculo Diferencial e Integral. LIMUSA, 1984.

3.- Purcell Edwin J. Cálculo Diferencial e Integral. Prentice Hall.

4.- Ayres Frank Jr. Cálculo Diferencial e Integral. Mc Graw Hill.

5.- Leithold Louis. El Cálculo, con geometría analítica. HARLA. 1982.

6.- Demodovich B. Problemas y ejerciciós de Análisis Matemáticos. MIR. 1984.